29.10.09

4. b) $f(x) = -x^2$ $g(x) = -x^3 + 3x^2$

1. Schnittstellen bestimmen

$x^2 = -x^3 + 3x^2 \quad | + x^3 - 3x^2$

$x^3 - 2x^2 = 0$

$x^2 (x - 2) = 0$

$x^2 = 0 \qquad x - 2 = 0$

$x = 0 \qquad x = 2$

2. Flächenberechnung

$\int_0^2 (f(x) - g(x))\,dx$

$= \left| \int_0^2 (x^3 - 2x^2)\,dx \right|$

$= \left| \left[\frac{1}{4} x^4 - \frac{2}{3} x^3 \right]_0^2 \right|$

$= \left| \frac{1}{4} \cdot 2^4 - \frac{2}{3} \cdot 2^3 - 0 \right|$

$= \left| -1\frac{1}{3} \right| \qquad = 1\frac{1}{3}$

4. f)

1. Schnittstellen bestimmen

$f(x) = -x^4 + 4x^2$
$g(x) = x^2 + 2x$

$-x^4 + 4x^2 = x^2 + 2x \quad | -x^2 - 2x$

$-x^4 + 3x^2 - 2x = 0$

$x(-x^3 + 3x - 2) = 0 \qquad x = 0$

$x = 1$

2. Polynomdivision

$(-x^3 + 3x - 2) : (x - 1) = -x^2 - x + 2$
$-(x^3 + x^2)$
$\quad -x^2 + 3x$
$\quad -(-x^2 + x)$
$\qquad 2x - 2$
$\qquad -(2x - 2)$
$\qquad\quad 0$

$-x^2 - x + 2 = 0 \quad | \cdot (-1)$

$x^2 + x - 2 = 0$

$x_{3/4} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2}$

$= -\frac{1}{2} \pm \frac{3}{2}$

$x_3 = 1 \qquad x_4 = -2$

3. a) $f(x) = x^2 + 1$
$g(x) = \frac{1}{4} x^2$ $[-1; 2]$

Flächenberechnung

$$A = \int_{-1}^{2} (f(x) - g(x))\, dx = \int_{-1}^{2} \left(\frac{3}{4} x^2 + 1\right) dx$$

$$= \left[\frac{1}{4} x^3 + 1x\right]_{-1}^{2} = \frac{1}{4} \cdot 2^3 + 1 \cdot 2 - \left(\frac{1}{4} \cdot (-1)^3 + 1 \cdot (-1)\right)$$

$$= 4 + 1\frac{1}{4} = 5{,}25$$

✓

3. b) $f(x) = x^3$
$g(x) = x - 1$

$$A = \int_{-1}^{1} (x + 1 - x^3)\, dx$$

$$= \left[\frac{1}{2} x^2 + 1x - \frac{1}{4} x^4\right]_{-1}^{1}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 1^2 + 1 \cdot 1 - \frac{1}{4} \cdot 1^4 - \left(\frac{1}{2} \cdot (-1)^2 + 1 \cdot (-1) - \frac{1}{4} \cdot (-1)^4\right)$$

$$= 1\frac{1}{4} + \frac{3}{4}$$

$$= 2$$

✓

144

1. Wendepunkt bestimmen
2. Tangentensteigung bestimmen
3. Steigung der Normalen "
4. Gleichung d. Normalen "
5. Schnittpunkte bestimmen
6. Fläche bestimmen

6. c) $f(x) = -0{,}5x^3 - 1{,}5x^2 - 0{,}5x - 0{,}5$

1. $f'(x) = -1{,}5x^2 - 3x - 0{,}5$

$f''(x) = -3x - 3$

$f(x) = 0$

$-3x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow x = -1$

$f(1) = -0{,}5 \cdot (-1)^3 - 1{,}5 \cdot (-1)^2 - 0{,}5 \cdot (-1) - 0{,}5$

$= 0{,}5 - 1{,}5 + 0{,}5 - 0{,}5$

$= -1$

$W = (-1 / -1)$

2. $f'(-1) = -1{,}5 \cdot (-1)^2 - 3 \cdot (-1) - 0{,}5$

$= -1{,}5 + 3 - 0{,}5$

$= 1 = m_t$

3. $m_N = -\frac{1}{m_t} = -1$

4.

$$g(x) = -1 \cdot x + b$$

$$g(-1) = -1 \cdot (-1) + b$$

$$= 1 + b$$

(-1 muss herauskommen)

$$\Leftrightarrow b = -2$$

$$g(x) = -1 \cdot x - 2$$

pq-Formel

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

5.

$$f(x) = g(x)$$

$$-0{,}5x^3 - 1{,}5x^2 - 0{,}5x - 0{,}5 = -x - 2 \quad | +x \; | +2$$

$$\Leftrightarrow -0{,}5x^3 - 1{,}5x^2 + 0{,}5x + 1{,}5 = 0 \quad | \cdot (-2)$$

$$\Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0$$

Polynomdivision

$$(x^3 + 3x^2 - x - 3) : (x+1) = x^2 + 2x - 3$$

$$-(x^3 + x^2)$$

$$2x^2 - x$$

$$-(2x^2 + 2x)$$

$$-3x - 3$$

$$-(-3x - 3)$$

$$0$$

p q

$x_1 = -1$ (Wendepunkt)

$$x = -\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + 3}$$

$$x_2 = -1 + 2$$

$$x_2 = \cancel{-1 - 2}$$

$\cancel{x_2 = 1}$

$$x_3 = -3$$

6.

$$A_1 = \left| \int_{-3}^{-1} (-0{,}5x^3 - 1{,}5x^2 + 0{,}5x + 1{,}5)\,dx \right|$$

$$= \left| \left[-\tfrac{1}{8}x^4 - 0{,}5x^3 + 0{,}25x^2 + 1{,}5x \right]_{-3}^{-1} \right|$$

$$= \left| \left(-\tfrac{1}{8}\cdot(-1)^4 - 0{,}5\cdot(-1)^3 + 0{,}25\cdot(-1)^2 - 1{,}5\right) - \left(-\tfrac{1}{8}\cdot(-3)^4 - 0{,}5\cdot(-3)^3 + 0{,}25\cdot(-3)^2 - 4{,}5\right) \right|$$

$$= \left| \left(-\tfrac{1}{8} + 0{,}5 + 0{,}25 - 1{,}5\right) - \left(-\underbrace{\tfrac{1}{8}\cdot 81}_{10{,}125} + 13{,}5 + 2{,}25 + 4{,}5\right) \right|$$

$$= |-0.875 - 1{,}125|$$

$$= |-2|$$

$$\Leftrightarrow 2$$

Hannes Peters