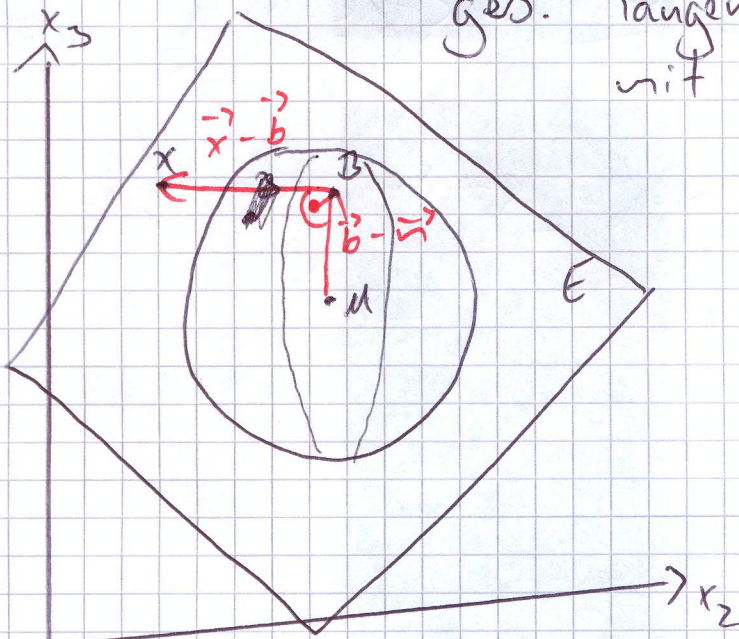


Kamil
JaskulskiProtokoll 23/11/09Tangentialebene an der Kugelgeg. Kugel k , $B \in k$ ges. Tangentialebene E
mit $B \in E$ 

$$(\vec{x} - \vec{b})(\vec{b} - \vec{n}) = 0$$

$$\Leftrightarrow [\vec{x} - \vec{n} - (\vec{b} - \vec{n})] \cdot (\vec{b} - \vec{n}) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\vec{x} - \vec{n})(\vec{b} - \vec{n}) - (\vec{b} - \vec{n}) \cdot (\vec{b} - \vec{n}) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\vec{x} - \vec{n})(\vec{b} - \vec{n}) - \underbrace{(\vec{b} - \vec{n})^2}_{= r^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow (\vec{x} - \vec{n})(\vec{b} - \vec{n}) - r^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\vec{x} - \vec{n})(\vec{b} - \vec{n}) = r^2$$

Satz: Tangentialebene E an die Kugel
 $K: (\vec{x} - \vec{m})^2 = r^2$ im Punkt
 B (Ortsvektor \vec{b}) hat die
 Gleichung $(\vec{x} - \vec{m})(\vec{b} - \vec{m}) = r^2$.

Bsp. $K: M(2 | 7 | -9)$ $r = 3$
 $B(4 | 5 | -8)$

$$\left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ -9 \end{pmatrix} \right]^2 = 9$$

$B \in K?$

$$\left[\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ -9 \end{pmatrix} \right]^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{pmatrix} +2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right]^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow (+2)^2 + (-2)^2 + 1^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow 4 + 4 + 1 = 9 \quad \checkmark$$

$$(\vec{x} - \vec{m})(\vec{b} - \vec{m}) = r^2$$

$$\left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ -9 \end{pmatrix} \right] \left[\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ -9 \end{pmatrix} \right] = 9$$

$$\Leftrightarrow \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ -9 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = 9$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ -9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = 9$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \vec{x} - \underbrace{(4 - 14 - 9)}_{+19} = 9$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \vec{x} = -10$$

$$\Leftrightarrow 2x_1 - 2x_2 + x_3 = -10$$

