

11. Dezember
2009

Protokoll

VON
MARIA PREUB

$$f(x) = a^x$$

$$\Rightarrow f'(x) = c \cdot a^x$$

speziell

$$f(x) = e^x \quad (e = 2,71828 \dots)$$

$$\Rightarrow f'(x) = e^x$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

Seite 197

Ableitung zusammengesetzter Funktionen

Aufgabe 1a) $h_1 = g - f$

b) $h_2 = f \cdot g$

c) $h_3 = \frac{f}{g}$

d) $h_4 = \frac{g}{f}$

e) $h_5 = f(g) = f \circ g$

(bedeutet: erst g ausführen und dann auf f anwenden)

f) $h_6 = g(f) = g \circ f$

Ableitungen: $h_1' = g' - f'$

$$h_2' = f' \cdot g + g' \cdot f \quad (\text{Produktregel})$$

$$h_3' = \frac{f'g - g'f}{g^2} \quad (\text{Quotientenregel})$$

$$h_4' = \frac{g'f - f'g}{f^2} \quad (\text{Quotientenregel})$$

$$h_5' = g' \cdot f'(g) \quad (\text{Kettenregel})$$

$$h_6' = f' \cdot g'(f) \quad (\text{Kettenregel})$$

Beispiele: $h_1(x) = x^2 + 1 - e^x$

$$h_1'(x) = 2x - e^x$$

$$h_2(x) = e^x(x^2 + 1)$$

$$h_2'(x) = e^x(x^2 + 1) + e^x \cdot 2x$$

$$= e^x(x^2 + 2x + 1)$$

Binomische Formel!

$$= e^x(x+1)^2$$

\Rightarrow wird bei -1 einen

Extremwert haben

$$h_3(x) = \frac{e^x}{x^2+1}$$

$$h_3'(x) = \frac{e^x \cdot (x^2+1) - 2x \cdot e^x}{(x^2+1)^2} = \frac{e^x(x^2 - 2x + 1)}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{e^x(x-1)^2}{(x^2+1)^2}$$

$$h_4(x) = \frac{x^2+1}{e^x}$$

$$h_4'(x) = \frac{-2x \cdot (e^x) - (x^2+1) \cdot e^x}{(e^x)^2}$$

$$= \frac{-e^x(x^2 - 2x + 1)}{(e^x)^2} = -\frac{(x-1)^2}{e^x}$$

$$h_5(x) = e^{x^2+1}$$

$$h_5'(x) = 2x \cdot e^{x^2+1}$$

Äußere Ableitung ist die

Funktion selber $\rightarrow e^{-f}$ oder

$$h_6(x) = e^{2x} + 1 \quad (= (e^{x^2} + 1))$$

$$h_6'(x) = 2e^{2x}$$

S. 198 Aufgabe 2a) $f(x) = x - e^x$

$$f'(x) = 1 - e^x$$

$$f''(x) = -e^x$$

$$b) f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3e^x$$

$$f'(x) = x^2 - 3e^x$$

$$f''(x) = 2x - 3e^x$$

$$c) f(x) = 2\cos(x) + 4e^x$$

$$f'(x) = -2\sin(x) + 4e^x$$

$$f''(x) = -2\cos(x) + 4e^x$$



+ 5