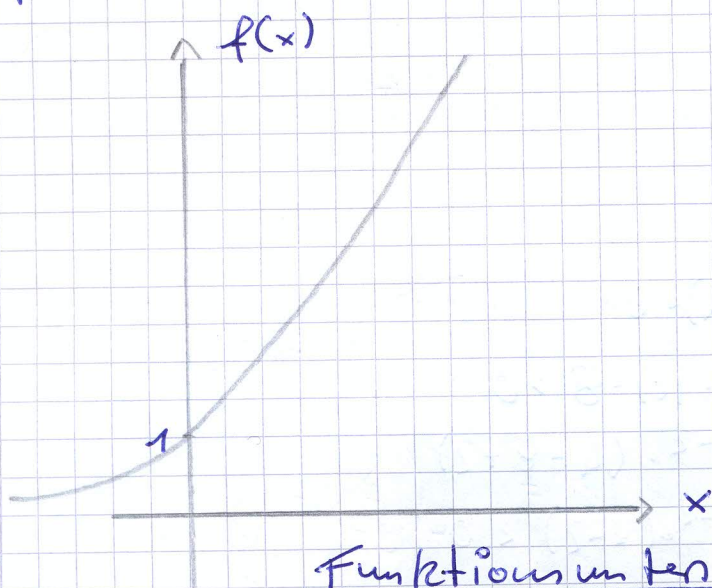


$$f(x) = e^x$$

$$f'(x) = e^x$$

Funktionsuntersuchungen

$$f(x) = 4x^2 \cdot e^{-x}$$

SNVA EWG

1. Symmetrie

$$f(-x) = 4 \cdot (-x)^2 \cdot e^{-(-x)} = 4x^2 \cdot e^x$$

$$e^{-x} = \frac{1}{e^x}$$

Keine Symmetrie vorhanden

2. Nullstellen

$$4x^2 \cdot e^{-x} = 0$$

 $x_{01} = 0$  einziger Nullstelle
3. Verhalten für  $x \rightarrow \pm \infty$ 

$$x \rightarrow \infty \quad f(x) \rightarrow 0$$

$$x \rightarrow -\infty \quad f(x) \rightarrow \infty$$

4. Ableitung

$$f(x) = 4x^2 \cdot e^{-x}$$

 $u'(v) \cdot v'$ 

$$f'(x) = 4 \cdot (2x \cdot e^{-x} + e^{-x} \cdot (-1) \cdot x^2)$$

$$= 4 \cdot e^{-x} (2x - x^2)$$

	$10^x$	$2^x$
10	$10^{10}$	1024
100	$10^{20}$	$1,3 \cdot 10^{30}$

$$(uv)' = u'v + v'u$$

Produktregel

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

Quotientenregel

$$[u(v(x))]' = u'(v(x)) \cdot v'(x)$$

Kettenregel

$$\text{Bsp.: } f(x) = e^{\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$$

Fortsetzung  $\rightarrow$

$$f''(x) = 4 \cdot (-e^{-x} \cdot (2x - x^2) + (2 - 2x) \cdot e^{-x})$$

1. Std.

$$f''(x) = 4e^{-x}(x^2 - 4x + 2)$$

$$f'''(x) = -4e^{-x}(x^2 - 6x + 6)$$

### 5. Extremwerte

$$f'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4e^{-x}(2x - x^2) = 0$$

$$2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow x(2-x) = 0$$

$$x_{E_1} = 0 \quad f''(x_{E_1}) = 4 \cdot 1 \cdot (2) = 8 > 0$$

$$x_{E_2} = 2 \quad f''(x_{E_2}) = 4 \cdot e^{-2} \cdot (4 - 8 + 2) \\ = 4 \cdot e^{-2} \cdot (-2) < 0$$

$$f(x_{E_1}) = 0 \quad T(0|0)$$

$$f(x_{E_2}) = \frac{4-4}{e^2} = \frac{16}{e^2} \approx 2,17$$

5. Extremwerte

$$f'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4e^{-x} (2x - x^2) = 0$$

$$2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow x(2-x) = 0$$

$$x_{E1} = 0 \quad f''(x_{E1}) = 4 \cdot 1 \cdot (2) = 8 > 0$$

$$x_{E2} = 2 \quad f''(x_{E2}) = 4 \cdot e^{-2} \cdot (4 - 8 + 2) \\ = 4 \cdot e^{-2} \cdot (-2) < 0$$

$$f(x_{E1}) = 0$$

$$\rightarrow T(0|0)$$

$$f(x_{E2}) = \frac{4 \cdot 4}{e^2} = \frac{16}{e^2} \approx 2,17$$

$$\rightarrow H(2 | \frac{16}{e^2})$$

6. Wendepunkte

$$f''(x) = 0$$

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$x = 2 \pm \sqrt{4-2} = 2 \pm \sqrt{2}$$

$$x_{w1} = 2 + \sqrt{2} \approx 3,41$$

$$x_{w2} = 2 - \sqrt{2} \approx 0,586$$

$$f'''(x_{w1}) \neq 0 \quad ; \quad f'''(x_{w2}) \neq 0$$

$$W_1(3,41; 1,53) \quad W_2(0,586; 0,764)$$

Berechnung mit dem TR

$$[4] [x] [ANS] [x^2] [x] [e^x] [(-)] [ANS] [=]$$

$$[2] [+ ] [\sqrt{ ] [2] [=]$$

$$\uparrow [=]$$

7. Graph

x	1	4	-1
f(x)	1,47	1,17	10,9

Fortsetzung  $\Rightarrow$

