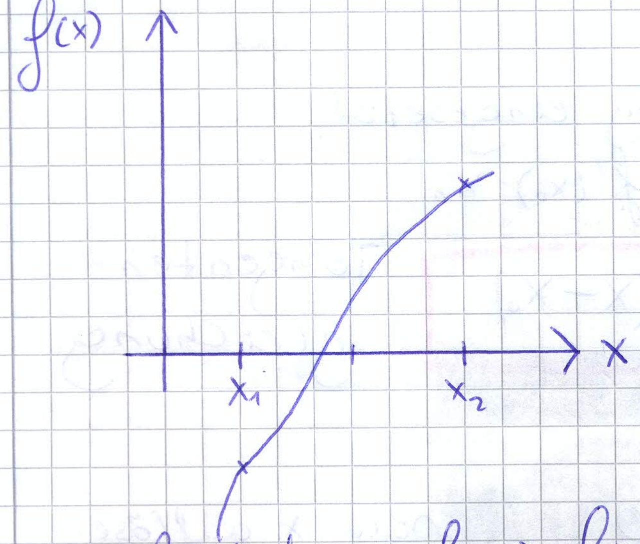
15.12.09

Lisa Zeng

Verfahren zur Nullstellenbestimmung



f stetig $f(x_1)\,f(x_2) < 0$

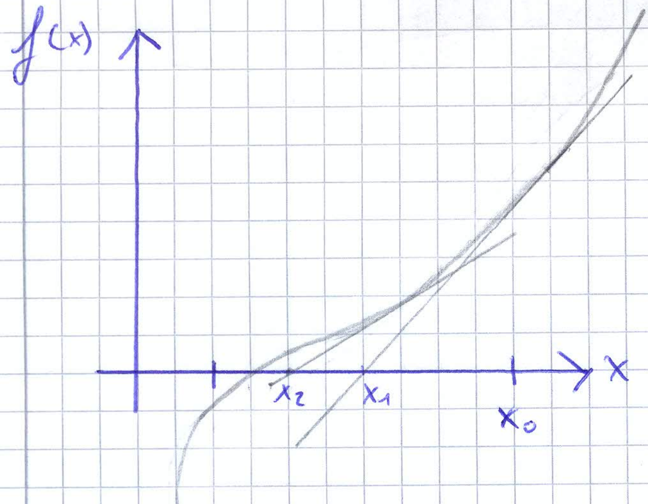
→ es gibt eine Nullstelle auf $]x_1; x_2[$

I) Intervallhalbierung

- Intervallmitte bilden, überprüfen, neues Intervall mit Intervallmitte bilden

II) Newton-Verfahren

- Suche Stelle x_0 in der Nähe der gesuchten Nullstelle (x^*)
- Bilde Tangente an $(x_0 | f(x_0))$
- Bestimme den Schnittpunkt x_1 der Tangente mit der x-Achse



Tangentengleichung:

$y = mx + b$

$(m = f'(x_0))$

$y = f'(x_0)x + b$

$b = ?$

x_0 einsetzen gibt $f(x_0)$

$$f(x_0) = f'(x_0) \cdot x_0 + b$$

$$f(x_0) - f'(x_0) \cdot x_0 = b$$

in die Tangentengleichung eingesetzt:

$$y = f'(x_0) \cdot x + f(x_0) - f'(x_0) \cdot x_0$$

$$\boxed{y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)}$$ Tangentengleichung

$y = 0$ setzen:

$f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) = 0$ nach x auflösen

$\Leftrightarrow f(x_0) + f'(x_0) \cdot x - f'(x_0) \cdot x_0 = 0 \quad | -f(x_0) + f'(x_0) \cdot x_0$

$\Leftrightarrow f'(x_0) \cdot x = f'(x_0) \cdot x_0 - f(x_0) \quad | : f'(x_0)$

$$\boxed{x = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}}$$