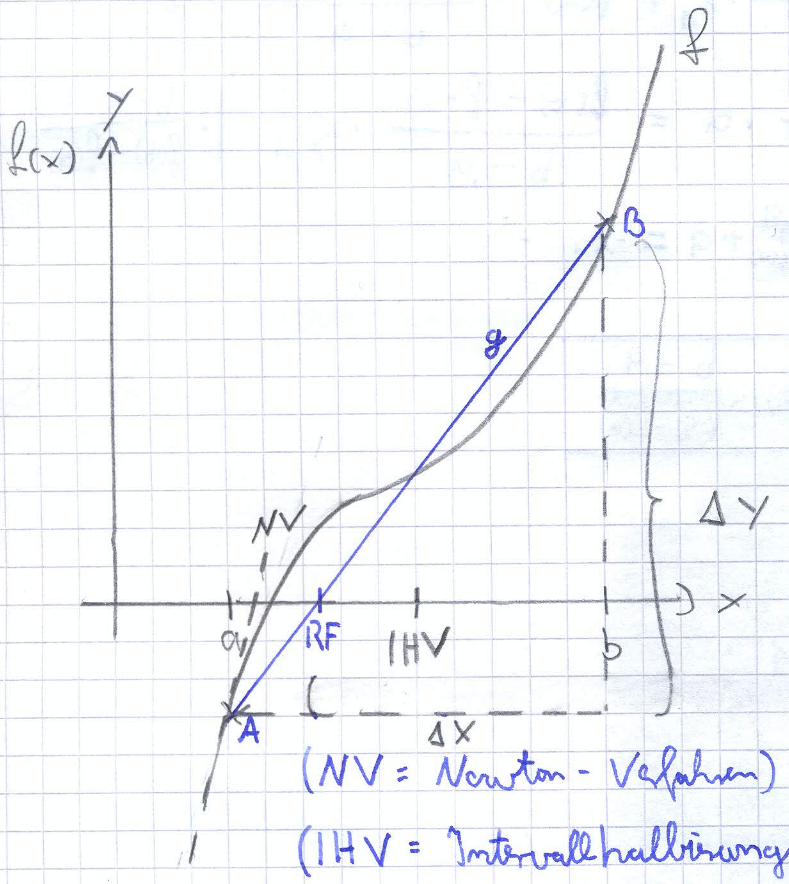
Regula Falsi
(Adam Ries)

18.01.2010



(NV = Newton-Verfahren)

(IHV = Intervallhalbierungsverfahren)

(RF = Regula Falsi)

1. Gerade durch $(a \mid f(a))$ und $(b \mid f(b))$
2. Schnittpunkt mit x-Achse ist Näherungswert

$$g(x) = m \cdot x + n$$

$$\Delta y = f(b) - f(a)$$

$$\Delta x = b - a$$

$$g(x) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \cdot x + n$$

Setze A ein

$$f(a) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \cdot a + n$$

$$\Leftrightarrow \quad n = f(a) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \cdot a$$

$$g(x) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \cdot x + f(a) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \cdot a$$

P. Nehr

18.01.10

Das allgemeine Iterationsverfahren

Umstellen der Gleichung

$f(x) = 0$

in die Form $x = \varphi(x)$

Bsp: $x^3 + 2x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow 2x = 1 - x^3$

$\Leftrightarrow \underbrace{x = \frac{1-x^3}{2}}_{\varphi(1)}$

auch möglich: $x^3 + 2x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow x^3 = 1 - 2x$

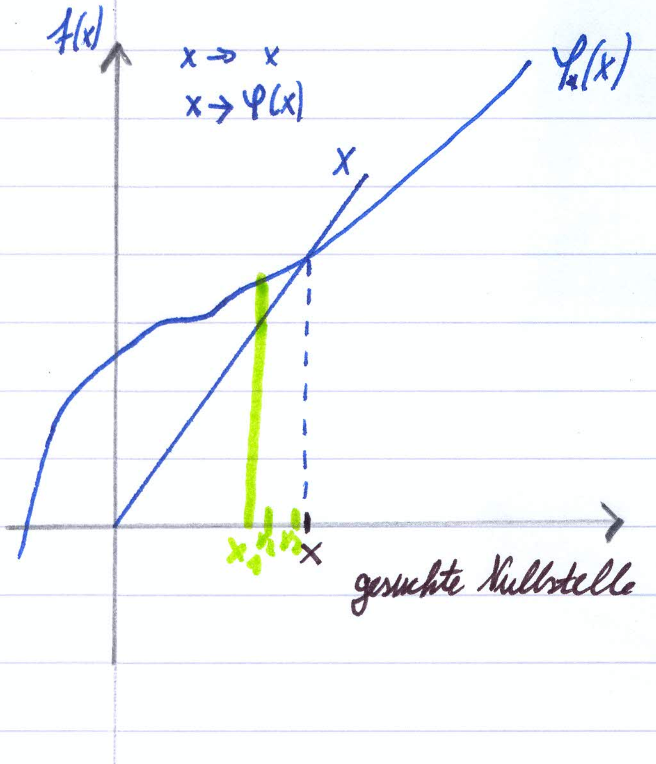
$\Leftrightarrow \underbrace{x = \sqrt[3]{1-2x}}_{\varphi(2)}$

oder

$x^3 + 2x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x(x^2+2) - 1 = 0$

$\Leftrightarrow \underbrace{x = \frac{1}{x^2+2}}_{\varphi(3)}$



Anwendung:

Startwert x_1 suchen

$\varphi(x_1)$ bestimmen

setze $x_2 = \varphi(x_1)$

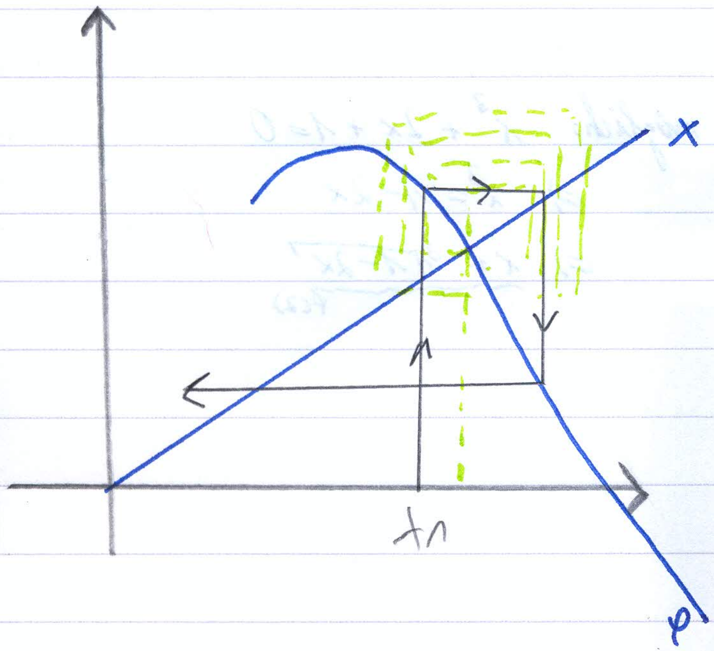
$\varphi(x_2)$ bestimmen

~~f(x3)~~ setze $x_3 = \varphi(x_2)$

$\varphi(x_3)$ bestimmen

u.s.w.

bis keine Veränderung zwischen x und $\varphi(x)$ vorliegt wann funktioniert das allgemeine Iterationsverfahren (AIV) nicht ?



Hausaufgabe: S. 115 Nr 2g,h

Lösungsideen:

$\sqrt{x} + x^2 - x - 2 = 0$

$x = \sqrt{x} + x^2 - 2 \quad \varphi_1$

$x(x-1) + \sqrt{x} - 2 = 0$

$x(x-1) = 2 - \sqrt{x}$

$x = \frac{2-\sqrt{x}}{x-1} \quad \varphi_2$

$x^2 = x + 2 - \sqrt{x}$

$x = \sqrt{x+2-\sqrt{x}} \quad \varphi_3$

18.1.2010

2. Nullstelle x_1

$$0 = \frac{f(b)-f(a)}{b-a} \cdot x_1 + f(a) - \frac{f(b)-f(a)}{b-a} \cdot a$$

$$-f(a) + \frac{f(b)-f(a)}{b-a} \cdot a = \frac{f(b)-f(a)}{b-a} \cdot x_1 \quad \Big| \cdot \frac{b-a}{f(b)-f(a)}$$

$$-f(a)\frac{b-a}{f(b)-f(a)} + a = x_1$$

$$\boxed{x_1 = a - f(a) \cdot \frac{b-a}{f(b)-f(a)}}$$

<u>BSP</u>

$f(x) = x^3 + 2x - 1$

$A(0|-1)$

$B(1|2)$

$$x_1 = 0 - (-1) \cdot \frac{1-0}{2-(-1)}$$

$x_1 = \frac{1}{3}$ $\qquad f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 + 2 \cdot \frac{1}{3} - 1 = -0{,}296$

2. Schritt:

$A(0{,}333 \,|\, -0{,}296)$

$B(1 \,|\, 2)$

Vorteil: keine Ableitung nötig

Nachteil: Suchintervall ggfls. Lösung als bei IHV

Philipp Möbius