Protokoll 22.03.10/1. Jan Ole Pöhls

Wiederholung der Einführung der komplexen Zahlen:

$\sqrt{-1} = i \qquad a + bi \quad \hat{=} \quad \sqrt{a^2+b^2} \cdot E\left(\tan^{-1}\frac{b}{a}\right)$

Realteil Imaginärteil

$$r_1 \cdot E(\varphi_1) \cdot r_2 \cdot E(\varphi_2) = r_1 \cdot r_2 \cdot E(\varphi_1 + \varphi_2)$$
$$\text{"} \quad \text{"} \quad : \quad \text{"} \quad \text{"} = \text{"} : \text{"} \quad \text{"} \quad \text{"} - \text{"}$$

Hausaufgabe:

1) $(0{,}8 + 0{,}6i)^7 = \left[1 \cdot E(36{,}9°)\right]^7 = E(7 \cdot 36{,}9°) = E(258{,}1°)$

2) alle Lösungen von $z^9 = 1$

$E(0°); E(40°); E(80°); \ldots; E(320°)$

Teilen den Kreis in 9 Teile

3) $z^5 = 4 + 4i = \sqrt{32} \cdot E(45°)$

$z_k = \sqrt[5]{\sqrt{32}} \cdot E\left(\frac{45°}{5} + k \cdot 72°\right) \qquad k = 0; 1; 2; 3; 4$

$= \sqrt{2} \cdot E(9° + k \cdot 72°)$

Teilen den Kreis in 5 Teile (erste Speiche bei 9°)

Folgende Zahlen in Polarkoordinatendarstellung:

$z_1 = 2 + 5i = \sqrt{29} \cdot E(68{,}2°)$

$z_2 = -3 + 6i = \sqrt{45} \cdot E(180° - 63{,}4°) = \sqrt{45} \cdot E(116{,}6°)$

$z_3 = -5 - 8i = \sqrt{89} \cdot E(180° + 58{,}0°) = \sqrt{89} \cdot E(238°)$

$z_4 = 1 - 6i = \sqrt{37} \cdot E(360° - 80{,}5°) = \sqrt{37} \cdot E(279{,}5°)$

$z_1 \cdot z_2 = \sqrt{29} \cdot \sqrt{45} \cdot E(68{,}2° + 116{,}6°) = \sqrt{1305} \cdot E(184{,}8°)$

$z_3 : z_4 = \frac{\sqrt{89}}{\sqrt{37}} \cdot E(238° - 279{,}5°) = \frac{\sqrt{89}}{\sqrt{37}} \cdot E(318{,}5°) \quad (+360°)$

$z_2 \cdot z_4 = \sqrt{45} \cdot \sqrt{37} \cdot E(116{,}6 + 279{,}5°) = \sqrt{1665} \cdot E(396{,}1°)$

$= \sqrt{1665} \cdot E(36{,}1°) \quad (-360°)$

Mathe (Sn) Gk

Protokoll 22.03.2009 /2.

Dennis Bergmann

$z_1 = 5 \cdot E(70°) = (\overset{\cos(70°)}{0{,}342} + i\, \overset{\sin(70°)}{0{,}939}) \cdot 5 = 1{,}71 + 4{,}7i$

$z_2 = 3 \cdot E(110°) = (-0{,}342 + i\,0{,}939) \cdot 3 = -1{,}03 + 2{,}82i$

$z_3 = E(200°) = -0{,}939 + i\,-0{,}342 = -0{,}940 - 0{,}342i$

$z_4 = 2 \cdot E(310°) = (0{,}642 + i\,-0{,}766) \cdot 2 = 1{,}29 - 1{,}53i$

Dividieren =)

$(1+i) : (2-i)$

$= \frac{1+i}{2-i} \cdot \frac{2+i}{2+i} = \frac{(1+i)(2+i)}{4+1} = \frac{2+i+2i-1}{5} = \frac{1+3i}{5} = \frac{1}{5} + \frac{3i}{5} = 0{,}2 + 0{,}6i$

Erweitert mit 1

$\boxed{\text{Regel } z \cdot z^* = |z|^2}$

Verschiedene Aufgaben

1. $|z-i| = 3$
2. $zz^* - zz - zz^* - 5 = 0$
3. $iz - iz^* - 1 = 0$
4. $3x + 2y - 4 = 0$

$1.\ |z-i| = 3 \quad |\cdot^2$

$\Leftrightarrow |z-i|^2 = 9$

$\Leftrightarrow (z-i)(z^*+i) = 9 \quad \Leftrightarrow zz^* - iz^* + iz + 1 = 9$

$\Leftrightarrow zz^* - iz^* + iz - 8 = 0 \quad \Leftrightarrow zz^* - mz^* - m^*z + \gamma = 0$

2. $zz^* - 2z - 2z^* - 5 = 0$

$m = 2 \quad \gamma = -5$

$r^2 = mm^* - \gamma$

$= 2 \cdot 2 + 5 = 9$

$r = 3$

3. $iz - iz^* - 1 = 0$

$i(x+iy) - i(x-iy) - 1 = 0$

$\Leftrightarrow ix - y - ix - y - 1 = 0$

$\Leftrightarrow -2y - 1 = 0 \quad \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}$

4. $3 \cdot Re(z) + 2 \cdot Jm(z) - 4 = 0$

$3 \cdot \frac{1}{2}(z+z^*) + \frac{2}{2i}(z+z^*) - 4 = 0$

$\frac{3}{2}z + \frac{3}{2}z^* + \frac{1}{i} - \frac{1}{i}z^* - 4 = 0$

$\left(\frac{3}{2} - i\right)z + \left(\frac{3}{2} + i\right)z^* - 4 = z$

Erweiterung + Erklärung zu 4

$Re(z) = \frac{1}{2}(z + z^*)$

$Jm(z) = \frac{1}{2i}(z - z^*)$

$\cancel{(x+iy) - (x-iy)}$

$\cancel{\frac{2iy}{2xi}}$