

Binomialverteilung

Protokoll vom 27.4.2010

gegeben: n -stufige Bernoullikette

~~gegeben:~~ Wahrscheinlichkeit für Treffer: p

gesucht: $P(k \text{ Treffer})$

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

statt $P(X = k)$

schreibt man auch:

$$B_n: p(k)$$

$$p = \frac{1}{6} \quad n = 4 \quad k = 2$$

$$\begin{aligned} B_{4; \frac{1}{6}}(2) &= \binom{4}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 \\ &= 0,116 \\ &= 11,6\% \end{aligned}$$

$\binom{n}{k}$ am Taschenrechner:
 n $\boxed{\text{MC}} \boxed{\text{MR}} k$

$$\binom{4}{2} = 6$$

$$\binom{10}{3} = 120$$

Mit Faktorieltaste:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

$$\binom{10}{3} = \frac{10!}{3! \cdot 7!}$$

Übungsaufgaben

$$\begin{aligned} 1) B_{20; \frac{1}{4}}(7) &= \binom{20}{7} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^7 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{13} \\ &= 0,112 \\ &= 11,2\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) B_{24; 0,3}(18) &= \binom{24}{18} (0,3)^{18} \cdot (0,7)^6 \\ &= 0,000\,006\,13 \\ &= 0,000\,613\% \end{aligned}$$

Kumulierte Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$P(x \leq k) = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) + \dots + P(x=k)$$

$$F_{n;p}(k) = B_{n;p}(0) + B_{n;p}(1) + \dots + B_{n;p}(k)$$

$$B_{n;p}(k) = F_{n;p}(k) - F_{n;p}(k-1)$$

$$P(k_1 \leq X \leq k_2)$$

$$= B_{n;p}(k_1) + B_{n;p}(k_1+1) + \dots + B_{n;p}(k_2)$$

$$= F_{n;p}(k_2) - F_{n;p}(k_1-1)$$

Beispielaufgaben

1) $n = 25$ $p = 0,4$ $P(10 \leq X \leq 15)$

$$= F_{25;0,4}(15) - F_{25;0,4}(9)$$

$$= 0,9868 - 0,4246$$

$$= 0,5622$$

$$= 56,22 \%$$

2) 50 Fragen je 5 Antworten

$$P(10 \leq X \leq 30)$$

$$= F_{50;1/5}(30) - F_{50;1/5}(9)$$

$$= 1 - 0,4437$$

$$= 0,5563$$

$$= 55,63 \%$$

